Министерство образования и науки Российской Федерации

Министерство высшего и среднего специального образования Республики Узбекистан

Филиал Российского государственного университета нефти и газа имени И.М. Губкина в г. Ташкенте

«УТВЕРЖДАЮ»

Первый заместитель директора
Логунов В.П.
«_____»_____________2015 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ И РЯДЫ

Направление подготовки
131000 «Нефтегазовое дело»

Профиль подготовки
Все профили

Квалификация (степень) выпускника

Бакалавр

Форма обучения
Очная

Ташкент 2015

1. Цели освоения дисциплины

Дисциплина «Интегральное исчисление и ряды» относится к числу базовых дисциплин и изучает основные правила вычисления интегралов и вопросы сходимости числовых и функциональных рядов.

Дисциплина «Интегральное исчисление и ряды» создает универсальную базу для изучения общепрофессиональных и специальных дисциплин, закладывает фундамент последующего обучения в магистратуре и аспирантуре.

Целью изучения дисциплины «Интегральное исчисление и ряды» также является познакомить и научить студентов пользоваться основным кругом понятий и результатов, рассматриваемых в изучаемых курсах, привить им соответствующую математическую культуру и дать необходимый аппарат для изучения других естественнонаучных дисциплин, а также решения прикладных задач.

Освоение дисциплины должно повысить уровень интеллектуальной культуры студента, подготовить его к свободному оперированию понятиями интеграл, ряд и др..

Дисциплина «Интегральное исчисление и ряды» помогает решать задачу формирования у студента научного мировоззрения.

2. Место дисциплины в структуре ООП ВПО

Дисциплина «Интегральное исчисление и ряды» представляет собой дисциплину математического и естественно научного цикла дисциплин и читается на 2 семестре.

. Дисциплина базируется на курсах алгебры и геометрии средней школы, дифференциальное и интегральное исчисление – 1- семестра, и формирует знания студентов для освоения всех дисциплин естественно-научного цикла (Б.2) и дисциплин профессионального цикла (Б.3).

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины.

В процессе освоения ООП ВПО, реализующей ФГОС ВПО данной дисциплины, бакалавр формирует и демонстрирует следующие общекультурные и общепрофессиональные компетенции*:*

Общекультурные компетенции (ОК)

- обобщать, анализировать, воспринимать информацию, ставить цели и выбирать пути ее достижения (ОК-1);

- проявлять инициативу, находить организационно-управленческие решения и нести за них ответственность (ОК-6);

- стремиться к саморазвитию, повышению своей квалификации и мастерства (ОК-9);

- уметь критически оценивать свои личностные качества, намечать пути и выбирать средства развития достоинств и устранения недостатков (ОК-10);

– критически осмысливать накопленный опыт, изменять при необходимости профиль своей профессиональной деятельности (ОК-12);

- анализировать мировоззренческие, социально и личностно значимые проблемы, самостоятельно формировать и отстаивать собственные мировоззренческие позиции (ОК-14);

Профессиональные компетенции (ПК)

- использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования (ПК-2);

В результате освоения дисциплины обучающийся должен демонстрировать следующие результаты образования:

Бакалавр должен знать:

- основные понятия и аксиомы основ математического анализа (ОК-1, ОК-6, ОК-9, ОК-10, ОК-12, ОК-14, ПК-2, ПК-4);

- теоремы математического анализа, их взаимосвязь друг с другом (ОК-1, ОК-6, ОК-9, ОК-10, ОК-12, ОК-14, ПК-2, ПК-4);

- основные типы задач, решаемые с помощь неопределенных, определенных и несобственных интегралов и с применением теории рядов (ОК-1, ОК-6, ОК-9, ОК-10, ОК-12, ОК-14, ПК-2, ПК-4).

Бакалавр должен уметь:

- формализовать прикладную задачу математического и физико-математического характера в терминах дисциплины (ОК-1, ОК-6, ОК-9, ОК-10, ОК-12, ОК-14, ПК-2, ПК-4);

- исследовать задачу на наличие решения и выбирать рациональный способ его поиска (ОК-1, ОК-6, ОК-9, ОК-10, ОК-12, ОК-14, ПК-2, ПК-4);

- оценивать и интерпретировать полученные результаты решения с точки зрения исходной постановки задачи (ОК-1, ОК-6, ОК-9, ОК-10, ОК-12, ОК-14, ПК-2, ПК-4).

Бакалавр должен владеть:

- аппаратом исследования и решения определенного класса задач математического анализа, векторной и матричной алгебры, аналитической геометрии применяемых при решении технологических задач, связанных с оборудованием (ОК-1, ОК-6, ОК-9, ОК-10, ОК-12, ОК-14, ПК-2, ПК-4);

- навыками математической формализации прикладных задач (ОК-1, ОК-6, ОК-9, ОК-10, ОК-12, ОК-14, ПК-2, ПК-4);

- навыками анализа и интерпретации решений, полученных в рамках соответствующих математических моделей (ОК-1, ОК-6, ОК-9, ОК-10, ОК-12, ОК-14, ПК-2, ПК-4).

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 144 часа, 4 зачетных ед.

п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)			Коды компетенций	Формы контроля успеваемости.
I	**Интегральное исчисление. Ряды**	2	1-17	Л(17)	ПЗ(51)	СР(76)	ОК-1, ОК-6, ОК-9, ОК-10	4 нед. – КР, 6 нед. – КР, 9 нед. – КР, 13 нед.– КР, 14 нед.– КР. Экзамен
1.	Первообразная. Неопределенный интеграл. Методы интегрирования. Определенный интеграл. Вычисление определенных интегралов. Несобственные интегралы. Геометрические приложения.	2	1-10	10	30	42	ОК-1, ОК-6, ОК-9, ОК-10	4 нед.-КР, 6 нед.-КР,
2.	Ряды. Сходимость числовых рядов. Функциональные ряды. Степенные ряды и их приложения.	2	11-17	7	21	34	ОК-1, ОК-6, ОК-9, ОК-10	9 нед. – КР, 13 нед.– КР, 14 нед.– КР. Экзамен

Л – лекции, ПЗ – практические занятия, СР – самостоятельная работа, КР – контрольные работы, ДЗ – домашние задания.

4.1 Содержание разделов дисциплины

Часть 1. Интегральное исчисление.

Первообразная и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Таблица основных неопределенных интегралов. Метод подведения под знак дифференциала. Замена переменой в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям. Интегрирование рациональной функции. Интегрирование рациональных дробей. Интегрирование выражений, содержащих квадратный трехчлен. Интегрирование тригонометрических функций. Универсальная тригонометрическая подстановка. Классификация некоторых специальных случаев тригонометрических преобразований и подстановок. Интегрирование иррациональных функций. Теорема Чебышева. Интегралы, первообразные которых не принадлежат к элементарным функциям (неберущиеся интегралы). Понятие определенного интеграла. Геометрический и физический смысл определенного интеграла. Определенный интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Вычисление определенных интегралов. Несобственные интегралы первого и второго рода. Сходимость и расходимость несобственных интегралов. Признаки сравнения. Теорема о среднем значении. Геометрические приложения определенного интеграла.

Часть 2. Числовые, функциональные и степенные ряды.

Числовые ряды. Сходимость числовых рядов. Действия с рядами. Необходимый признак сходимости. Признаки сравнения рядов. Признаки сходимости рядов (признак Даламбера, радикальный признак Коши, интегральный признак Коши-Маклорена). Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Признак Лейбница. Ряд Тейлора и Маклорена. Разложение элементарных функций в степенные ряды. Приложения степенных рядов к приближенным вычислениям.

4.2. Основные темы практических занятий (семинаров)

1. Табличное интегрирование. (ОК-1, ОК-6, ОК-9, ОК-10)
2. Метод подведения под знак дифференциала. (ОК-1, ОК-6, ОК-9, ОК-10)
3. Интегрирование с помощью замены переменной. (ОК-1, ОК-6, ОК-9, ОК-10)
4. Интегрирование по частям. (ОК-1, ОК-6, ОК-9, ОК-10)
5. Интегрирование рациональной функции и выражений, содержащих квадратный трехчлен. (ОК-1, ОК-6, ОК-9, ОК-10)
6. Интегрирование тригонометрических функций. (ОК-1, ОК-6, ОК-9, ОК-10)
7. Интегрирование иррациональных функций. (ОК-1, ОК-6, ОК-9, ОК-10)

8. Вычисление определенных интегралов. (ОК-1, ОК-6, ОК-9, ОК-10)
9. Исследование на сходимость несобственных интегралов. (ОК-1, ОК-6, ОК-9, ОК-10)
10. Геометрические приложения определенного интеграла. (ОК-1, ОК-6, ОК-9, ОК-10)
11. Числовые ряды. Необходимый признак сходимости. Признаки сравнения. (ОК-1, ОК-6, ОК-9, ОК-10)
12. Применение различных признаков сходимости числовых рядов (признак Даламбера, радикальный признак Коши, интегральный признак Коши-Маклорена). (ОК-1, ОК-6, ОК-9, ОК-10)
13. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов. (ОК-1, ОК-6, ОК-9, ОК-10)
14. Степенные ряды и определение их области сходимости. (ОК-1, ОК-6, ОК-9, ОК-10)
15. Разложение элементарных функций в ряд Тейлора. (ОК-1, ОК-6, ОК-9, ОК-10)
16. Приближенные вычисления с помощью рядов. (ОК-1, ОК-6, ОК-9, ОК-10)

5. Образовательные технологии

При реализации программы дисциплины «Интегральное исчисление и ряды» используются различные образовательные технологии. Аудиторные занятия (68 часов) проводится в виде лекций и практических занятий. Во время практических занятий разбираются типовые примеры и задачи курса с целью формирования и развития базовых знаний студентов в области математики. Самостоятельная работа студентов (76 часов) предусматривает как работу под руководством преподавателей (консультации по выполнению домашних заданий, обсуждение вопросов, связанных с лекционным курсом, и подготовкой к контрольным работам, а также разбор ошибок, допущенных студентами, при выполнении контрольных работ), так и самостоятельная выполнение студентом домашних заданий (ДЗ) и подготовку к экзамену по дисциплине. Также к самостоятельной работе следует отнести работу студентов над задачами, необходимыми для углубленного изучения курса. В результате, студент способен на научной основе овладеть навыками самостоятельной работы.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

В течение преподавания курса «Интегральное исчисление и ряды» в качестве форм текущей аттестации бакалавров используются контрольные работы, а также собеседование при приеме домашних заданий (защита домашнего задания).

Вариант контрольной работы №1 по технике интегрирования. (I часть)

Вычислить следующие неопределенные интегралы:

1. $\int\left(\frac{2}{-4x+1}+\frac{1}{3+2x^2}\right)dx$;
2. $\int\frac{x^2}{\sqrt{3x^6-1}}\,dx$;
3. $\int\frac{\arccos\sqrt{x}}{\sqrt{1-x}}\,dx$;
4. $\int\frac{dx}{\sqrt{x^2+4x+5}}$;
5. $\int\frac{2x^2-1}{x^3-5x^2+4x}\,dx$

Вариант контрольной работы №2 по технике интегрирования. II часть.

Вычислить следующие неопределенные интегралы:

1. $\int\sin 7x\sin 11x\,dx$;

2. $\int \frac{1}{\cos x \sin^3 x}\, dx$;

3. $\int \operatorname{ctg}^6 5x\, dx$;

4. $\int \frac{1}{1+\sin x+\cos x}\, dx$;

5. $\int \frac{\sqrt{x}}{x-2} dx$

Вариант контрольной работы №3 по определенным интегралам часть III.

Номера тем соответствуют номерам примеров в варианте.

Вычислить следующие определенные интегралы:

1. $\int\limits_0^1 \frac{dx}{x^2-2x+5}$; 2. $\int\limits_0^2 \frac{x^3}{\sqrt{x+2}} dx$.

3. Вычислить объём тела вращения вокруг оси OY фигуры, ограниченной линиями: $y = \sin x, y = 2x/\pi$; или

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = \sin x, y = 2x/\pi$

Не вычисляя, исследовать на сходимость несобственные интегралы:

4. $\int\limits_0^1 \frac{x^2 dx}{\sin x\sqrt{1-x^4}}$; 5. $\int\limits_1^\infty \frac{dx}{x\ln x+2}$.

Вариант контрольной работы №4 по теме «Числовые ряды».

Исследовать сходимость знакоположительных рядов:

1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^4\cos^2 2n}{n^3+2}$; 2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}-\sin n}{3+n^2}$; 3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{3^{n^2}}$; 4. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\ln^2(n+3)}$.

Исследовать абсолютную и условную сходимость знакопеременного ряда:

5. $\sum\limits_{n=3}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[4]{n+2}\sqrt{n-2}}$

Вариант самостоятельной работы по теме «Степенные ряды и ряды Тейлора»

1. Найти область сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{n+2}{2^{2n-1}}(x+4)^n$$

2. Разложить $\sin^2 x$ в ряд по степеням $x-\pi/4$

В третьем семестре предусмотрены четыре контрольные работы.

Вариант экзаменационного билета

Практическая часть

1. Вычислить первообразную

а) $\int(\sqrt[7]{(-5x+2)^4}-\frac{1}{\sqrt{-3+2x^2}})dx$; б) $\int\frac{2x}{e^{3x-1}}\ dx$

2. Вычислить $\int\limits_{\pi/18}^{\pi/12}\frac{dx}{\sin^2 3x\cos^2 3x}$

3. Вычислить площадь между кубической параболой $y=x^3$ и прямой $y=4x$, находящуюся в первом квадранте. Сделайте соответствующий рисунок. или

3. Вычислить объем тела, образованного вращением площади, ограниченной кривой $y=\cos x$, прямыми $y=0$, $x=\pi$, $x=3\pi/2$ вокруг оси OX. Сделайте рисунок вращаемой площади.

4. Определить сходимость числового ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt[3]{n^3+2n}}{\sqrt{n^3}+1}$

5. Определить область сходимости степенного ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(x-4)^n}{(2n+3)\sqrt[3]{n}}$

Для теоретической части выбираются два контрольных вопроса или задания, из числа указанных для промежуточной аттестации в частях 5-6.

Образцы контрольных вопросов и заданий для промежуточной аттестации.

Часть 1. Интегральное исчисление.

(ОК-1, ОК-6, ОК-9, ОК-10)

1КВ1. Воспользовавшись теоремой о среднем значении, сравните $\int_e^{e^2} \ln^2 x dx$ и $\int_1^e \ln^2 x dx$. Ответ поясните.

1КВ2. Пусть $f(x) \geq 0$ и несобственный интеграл $\int_1^\infty f(x)dx$ сходится. Сходится ли $\int_1^\infty (6 - \frac{1}{x^2}) f(x)dx$? Ответ поясните.

1КВ3. Интегрируема ли на отрезке $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ функция $y = \operatorname{ctg} x$? Ответ поясните.

1КВ4. Покажите, как вычислить интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 + x^2}}$ с помощью замены переменной, использующей одну из гиперболической функции.

1КВ5. Пусть $f(x) \geq 0$ и $f(1) = 0$ (единственный нуль функции на отрезке $0,1$) и несобственный интеграл $\int_0^1 \frac{1}{f(x)} dx$ расходится. Расходится ли $\int_0^1 \frac{3}{(x^2+1) f(x)} dx$? Ответ поясните.

1КВ6. Пусть $f(x) = \sin x$. Воспользовавшись теоремой Лагранжа, поясните, почему первообразная этой функции $F(x) = -\cos x + C$ единственна.

1КВ7. Пусть $F(x)=\int\limits_0^x f(u)du$, где $f(u)=\begin{cases}\sin u^2, & u\neq 0\\ 1, & u=0\end{cases}$. Непрерывна ли функция $F(x)$? Можно ли сказать, что $F'(x)=f(x)$?.

1КВ8. Воспользовавшись теоремой об оценке интегралов, сравните $\int\limits_2^3 \frac{dx}{\ln x}$ и $\int\limits_2^3 \frac{dx}{\ln(x+1)}$. Ответ поясните.

1КВ9. Дан интеграл $\int\limits_0^1 \frac{dx}{\sin(x-0,5)\ln(x+1)\sqrt{2-x}}$. Какие особенности имеет подинтегральная функция на указанном промежутке интегрирования?

1КВ10. Дан интеграл $\int \mathrm{tg}^n x\, dx$, при $n\in N$, $n\geq 2$. Покажите, как понизить степень подинтегральной функции, перейдя к рассмотрению интеграла $\int \mathrm{tg}^{n-2} x\, dx$.

1КВ11. Известно, что $(x\ln x)'=x'\ln x+x(\ln x)'$. Воспользовавшись выводом формулы интегрирования по частям, покажите, как это выражение можно использовать для вычисления интеграла $\int \ln x dx$.

1КВ12. Не вычисляя, представьте функцию $\frac{x^3+2}{x(x^2-x+5)^2}$ в разложении на простые дроби, обозначая неизвестные константы A, B, C, D и т.д.

1КВ13. Используя теорему Чебышева, определите выражается ли интеграл $\int \frac{\sqrt[4]{4+2\sqrt{x}}}{\sqrt[3]{3x}}dx$ через элементарные функции. (Если вы определили, что интеграл выражается через элементарные функции, дальнейшие расчеты проводить не требуется).

1КВ14. Известно, что $\int_0^1 \sin x^2 dx \approx 0,31$. Как, используя этот результат, приближенно вычислить $\int_{-1}^{1} \sin x^2 dx$? Ответ поясните. Какое свойство подинтегрального выражения следует использовать?

1КВ15. Вычислить длину дуги кривой $y = \frac{2\sqrt{x^3}}{3}$ на отрезке $1,2$?

1КВ16. Дан многочлен $P(x) = 3(x+4)^{11} x^4 (x^2 + x + 1)^2$. Указать корни многочлена (включая комплексные) и их кратность.

1КВ17. Пусть Q - множество рациональных чисел и I - множество иррациональных чисел на отрезке $0,1$. Записав соответствующую интегральную сумму, проверьте интегрируема ли на этом отрезке следующая функция: $y = \begin{cases} 1, & x \in Q \\ -1, & x \in I \end{cases}$? Ответ поясните.

Часть 2. Числовые, функциональные и степенные ряды.

(ОК-6, ОК-9, ОК-10)

2КВ1. Используя понятие частичной суммы, исследуйте сходимость числового ряда $-2+2-2+\ldots$. Ответ поясните.

2КВ2. Пусть ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ расходится. Расходится ли ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{\sqrt{3000}}$? Ответ поясните.

2КВ3. Правильно ли сказать, что, если любая частичная сумма ряда ограничена некоторым наперед заданным числом, например 1, то этот ряд сходится. Приведите пример. Ответ поясните.

2КВ4. Используя понятие частичной суммы, исследуйте сходимость числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (1 + (-1)^{n+1})$. Ответ поясните.

2КВ5. Известно, что для расчета радиуса сходимости степенного ряда применяется формула $R = \lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{|a_n|}$. Можно ли эту формулу применить для расчета радиуса сходимости ряда Маклорена, записанного для функции $\cos x$? Ответ поясните.

2КВ6. Можно ли разложить функцию $\ln x$ в ряд по степеням $x+5$? Ответ поясните

2КВ7. Запишите разложение в ряд Маклорена для функции $\sqrt[5]{1+x}$. Можно ли, подставив $x=4$, в полученное разложение вычислить приближенно $\sqrt[5]{5}$? Ответ поясните.

2КВ8. Как с помощью разложения в ряд Маклорена приближенно вычислить интеграл $\int\limits_0^1 \sin x^2 dx$?

2КВ9. Как с помощью разложения в ряд Маклорена приближенно вычислить интеграл $\int\limits_1^2 \frac{e^x}{x} dx$?

2КВ10. Известно, что для расчета радиуса сходимости степенного ряда применяется формула $R = \lim\limits_{n\to\infty} \left|\frac{a_n}{a_{n+1}}\right|$. Можно ли эту формулу применить для расчета радиуса сходимости ряда Маклорена, записанного для функции $\sin x$? Ответ поясните.

2КВ11. Запишите разложение в ряд Маклорена для функции $y = x^2 \cos x^2$..

2КВ12. Можно ли разложить функцию $\sqrt{-3+x}$ в ряд Маклорена? Ответ поясните.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.

а) основная литература:

1. Берман Г.Н. *Сборник задач по курсу математического анализа: учебное пособие: учебное пособие.* – С-Пб.: Профессия, 2002.
2. Демидович Б.П. *Сборник задач и упражнений по математическому анализу*: учебное пособие. М.: Профессия, 2006.
3. Кузнецов Л.А. *Сборник задач по высшей математике*: учебное пособие. – С-Пб.:Лань, 2002.
4. Пискунов Н.С. *Дифференциальное и интегральное исчисления. Т. 1,2*: учебник. – М.: Интеграл-Пресс, 2002.
5. Письменный Д.Т. *Конспект лекций по высшей математике: учебное пособие.* – М.: Айрис Пресс, 2005.
6. Соболева Т.С., Фастовец Н.О., Русев В.Н. *Методические рекомендации к практическим рекомендациям по высшей математики. Теория вероятностей*: методическое пособие – М. РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина, 2006.
7. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа. – СПб.: «Лань», 2005. – 464 с.

б) Дополнительная литература

1. Литова Г.Г., Ханукаева Д.Ю. *Интегрирование функций одной переменной*: методическое пособие. – М.: РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина, 2008.
2. *Чудесенко* В.Ф. *Сборник заданий по специальным курсам высшей математики (типовые расчеты)* : учебное пособие — М: Высшая школа, 2009
3. Шипачев В.С. *Задачник по высшей математике*: учебное пособие. – М.: Высшая школа, 2001.

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

1. http://www.exponenta.ru
2. http://kvm.gubkin.ru
3. http://www.math.ru/

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО с учетом рекомендаций примерной ООП ВПО по направлению подготовки бакалавра 131000 «Нефтегазовое дело» и всем профилям.

Автор: д.ф.-м.н. Ходжиметов А.И.[1]

Заведующий отделением: *проф.Гамкрелидзе Н.Г.*

Согласовано:

Председатель учебно-методической комиссии Филиала: Отто О.Э..

Начальник УМО: *Юлдашева Х.К.*

Заведующая ИРЦ : *Косньантинова И.Х.*

[1] На основе рабочей программы, составленной доц Белоцерковским (каф. высшей математики РГУ нефти и газа)